مستخلص

علاقات تكرارية في العزوم واستدلالات على أساس الإحصاءات المرتبة المعممة

تهاني عبد الرحمن أبو شال

تهدف هذه الدراسة إلى اشتقاق علاقات تكرارية في العزوم المشتركة غير المتتالية في الإحصاءات المرتبة المعممة، وتطبيقها في تمييز التوزيعات الاحتمالية المفردة والممزوجة ، وفي تكوين جداول العزوم من الرتب المختلفة في حالة الإحصاءات المرتبة العادية المفردة والمختلطة وذلك لعائلتين من التوزيعات الاحتمالية المتصلة واللتان ينتج عنهما توزيعات ذات أهمية عملية . وتهدف أيضاً إلى إيجاد تقديرات النقطة وتنبؤات الفترة لبييز على أساس عينات ذات مراقبة مزدوجة من النوع الثاني في الإحصاءات المرتبة المعممة غير المتتالية؛ بهدف إيجاد مقدرات معالم ودوال في هذه المعالم وتنبؤات الفترة عن قيم مستقبلية لحالة خاصة من أحد العائلتين السابقتين.

وقد تم إعداد وتنظيم هذه الدراسة بحيث تشتمل على ستة أبواب على النحو التالي:

الباب الأول: عرضت فيه بعض المفاهيم الإحصائية المستخدمة في سياق الرسالة، وكذلك عائلتين من التوزيعات الاحتمالية المتصلة التي استخدمت خلال الدراسة، إضافة إلى عرض بعض ما تم إنجازه من أعمال سابقة ذات صلة بعناصر البحث ثم تم وصف مسألة الدراسة.

الباب الثاني : استنتجت فيه بعض العلاقات التكرارية في دوال توليد العزوم المشتركة للإحصاءات المرتبة المعممة $X_{r_1;n,m,k}^{j_1}, \ldots, X_{r_\ell;n,m,k}^{j_\ell}$ ، وذلك لعائلتين من التوزيعات الاحتمالية المتصلة مقطوعة الطرفين ولقد تم استخدام تلك العلاقات في تمييز هاتين العائلتين من التوزيعات المتصلة مقطوعة الطرفين، على أساس الإحصاءات المرتبة المعممة، ومنها استنتجت علاقات تكرارية في دوال توليد العزوم المفردة والمختلطة للعائلتين، وكذلك علاقات تكرارية في العزوم المشتركة، والمختلطة، والمفردة على أساس الإحصاءات المرتبة المعممة . وقد خصصت هذه النتائج جميعها لحالتي القطع اليميني والقطع اليساري لكل من العائلتين للإحصاءات المرتبة المعممة كما خصصت جميع هذه النتائج لحالتي الإحصاءات المرتبة العادية، والقيم المسجلة التصاعدية من رتبة k ، ثم ختم الباب بذكر بعض الأمثلة لهاتين العائلتين حيث حصلنا على علاقات تكرارية مميزة لبعض التوزيعات المتصلة المعروفة على أساس الإحصاءات المرتبة المعممة ثم تم تخصيص النتائج لحالتي الإحصاءات المرتبة العادية والقيم المسجلة التصاعدية من الرتبة k . (*بعض نتائج هذا الباب تم نشرها في مجلة إحصائية متخصصة والبعض الآخر قبلت للنشر*).

الباب الثالث : تم فيه إيجاد علاقات تكرارية في دوال توليد العزوم والعزوم المشتركة لمزيج محدود لعائلتين من التوزيعات الاحتمالية المتصلة على أساس الإحصاءات المرتبة المعممة، ثم خصصت تلك العلاقات لحالتي الإحصاءات المرتبة العادية، والقيم المسجلة التصاعدية من الرتبة k. واستنتجت علاقات تكرارية في دوال توليد العزوم، وفي العزوم المفردة، والمختلطة للإحصاءات المرتبة المعممة (الإحصاءات المرتبة العادية، والقيم

المسجلة التصاعدية من الرتبة k) لمزيج محدود مكون من وحدتين للعائلتين. ثم عرضت بعض الأمثلة للعائلتين تعطي علاقات تكرارية مميزة لبعض التوزيعات المتصلة لمزيج مكون من وحدتين، ثم قمنا بتخصيص النتائج لحالتي الإحصاءات المرتبة العادية والقيم المسجلة التصاعدية من الرتبة k.

الباب الرابع : تم فيه الحصول على مقدرات الإمكان الأكبر ومقدرات بييز باستخدام الإحصاءات المرتبة المعممة لمعالم توزيعين من عائلة التوزيعات المتصلة المقترحة للدراسة، ولدالتي الصلاحية ومعدل الفشل، وذلك لعينات ذات مراقبة مزدوجة من النوع الثاني، ثم خصصت هذه النتائج للإحصاءات المرتبة العادية والقيم المسجلة التصاعدية. وأخيراً عرضت فيه بعض الأمثلة التطبيقية بهدف عمل مقارنات بين مقدرات الإمكان الأكبر ومقدرات بييز.

الباب الخامس: تم فيه إيجاد فترات تنبؤ بييز لعينة من الإحصاءات المرتبة المعممة المستقبلية بمعلومية إحصاءات مرتبة معممة سابقة، كلاهما يتبع عائلة من التوزيعات المتصلة لعينات ذات مراقبة مزدوجة من النوع الثاني ، كما تم استنتاج فترات تنبؤ بييز للإحصاءات المرتبة العادية، والقيم المسجلة، ثم أوجدنا دالة الصلاحية التنبؤية لتوزيعين من توزيعات هذه العائلة وذلك للحصول على حدود التنبؤ للإحصاءات المرتبة المعممة المستقبلية.

الباب السادس: اشتقت فيه فترات تنبؤ بييز لمشاهدات مستقبلية من عينة كاملة من الإحصاءات المرتبة المعممة ، والتي تتبع عائلة توزيعات متصلة بمعلومية إحصاءات مرتبة معممة سابقة لعينات ذات مراقبة مزدوجة من النـــوع الثاني تتبع نفس العـــائـــلة. كما تم استنتاج فترات تنبؤ بييز للإحصاءات المرتبة العادية، والقيم المسجلة كحالات خاصة من الإحصاءات المرتبة المعممة . وأخيراً أوجدنا حدود تنبؤ بييز لوسيط عينة مستقبلية حجمها زوجي أو فردي اعتماداً على عينة سابقة ذات مراقبة مزدوجة من النوع الثاني.

رئيسة قسم الرياضيات
د. نجاة مثنى

المشرف على الرسالة
د.عبد الباسط عبدالله أحمد

Abstract

Recurrence Relations for Moments and Inferences Based on Generalized Order Statistics

Tahani AbdulRahman Abushal

It is well known that there are many types of ordering the observations in statistics. Such observations can be obtained from scientific experiments, for example: ordinary order statistics, k-records, Pfeifer records, sequential order statistics, progressively type-II censoring samples with two stages and others. Kamps (1995) suggested a new theoretical technique called ***generalized order statistics*** (gos's). This model contains all types of ordering mentioned above. In the last ten years, many researchers in the statistical studies used gos's model in their research.

The significance and importance of the present study are due to:

- The great importance of the gos's due to the important special cases included in this model. The use of general classes of continuous distributions including many probability distributions in addition to the doubly truncated distributions case.
- The importance and applications of statistical Bayesian estimation and prediction in statistical medical and engineering studies, etc. Accordingly, the gos's are used to find Bayesian estimates for parameters of some probability distributions, and Bayesian prediction intervals for some future observations.

The present work has been organized and presented in six chapters. The results can be summarized as follows:

Chapter one containts the current research-related studies were reviewed in addition to the presentation of statistical principles and the two classes of the continuous probability distributions considered in the present study.

In ***chapter two*** some recurrence relations for joint moment generating functions and joint moments based on nonadjacent gos's for the two classes in the doubly truncated case are derived. Recurrence relations for single and product moment generating functions and moments are also determined. These results are in concerned with the right and left truncated cases of the two classes. Some examples of the two classes have been illustrated to explain applications of the results. Some of the results in

this chapter are accepted for publication (Ahmad and Abu-Shal (2006)) and some other have been submitted for publication.

Chapter three presents recurrence relations for joint moment generating functions for the two classes of finite mixtures continuous distributions based on nonadjacent gos's are derived. Also, recurrence relations for joint, single and product moment generating functions and moments for the two classes of finite mixtures continuous distributions are derived. Some examples of the two classes are given to illustrate the application of these results.

In ***Chapter four*** the maximum likelihood and Bayes estimates of the parameters and functions of these parameters for one of the two classes under study using doubly type-II censoring gos's are determined, these results are specialized to the oos's and ourv's. Some examples are presented in order to give numerical comparisons between maximum likelihood estimates and Bayes estimates for various parameters of distributions or functions of them.

In ***chapter five*** Bayesian predictive survival function for a future sample of gos's drawn from a class of continuous distributions given a doubly type-II censoring sample from the same class is derived. So, one can derive Bayesian prediction intervals for future observations (one-sample scheme). Bayesian prediction intervals for oos's and ourv's are obtained as special cases from gos's. Two distributions of this class are studied to illustrate the use of Bayesian predictive survival function for finding the predictive interval limits for the future gos's.

Finally, ***chapter six*** discussed Bayesian prediction intervals for future observations from complete sample of gos's which follow a class of continuous distributions given previous doubly type-II censoring sample of gos's from the same class (two-sample scheme) are derived. Two distributions of this class are studied to illustrate the Bayesian prediction intervals for the future gos's. Bayesian prediction intervals for medians of future samples with even or odd sizes, based on previous sample that explained earlier, have been obtained.

رئيسة قسم الرياضيات **المشرف على الرسالة**

د. نجاة مثنى **د.عبد الباسط عبدالله أحمد**